

Simulasi Numerik Aliran Fluida pada Permukaan Peregangan dengan Kondisi Batas Konveksi di Titik-Stagnasi

Ahlan Hamami, Chairul Imron

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia

e-mail: imron-its@matematika.its.ac.id

Abstrak—Simulasi numerik aliran fluida pada permukaan peregangan dengan kondisi batas konveksi di titik-stagnasi dibahas dalam Penelitian. Persamaan pembangun yang diperoleh dalam bentuk persamaan *dimensional*, ditransformasikan menjadi persamaan similaritas menggunakan variabel similaritas dan *stream function*. Persamaan similaritas yang berbentuk Persamaan Diferensial Biasa (PDB) kemudian diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta-Fehlberg. Berdasarkan simulasi numerik diperoleh bahwa pengaruh dari bilangan Prandtl dan parameter peregangan yang meningkat mengakibatkan menurunnya profil temperatur. Sebaliknya, semakin meningkatnya parameter konveksi mengakibatkan peningkatan juga pada profil temperatur.

Kata Kunci—Titik-Stagnasi, Kondisi Batas Konveksi, Metode Runge-Kutta-Fehlberg.

I. PENDAHULUAN

Perpindahan panas (*Heat Transfer*) adalah ilmu untuk memprediksi perpindahan energi yang terjadi akibat perbedaan suhu pada benda atau material. Proses perpindahan panas dapat terjadi melalui tiga cara, yaitu perpindahan panas secara konduksi, konveksi, dan radiasi.

Konveksi merupakan perpindahan panas secara konvektif dari satu tempat ke tempat lain yang disebabkan oleh pergerakan fluida. Pada umumnya bentuk konveksi dibagi menjadi dua, yakni konveksi bebas (*free convection*) dan konveksi paksa (*forced convection*). Konveksi bebas disebabkan oleh gaya apung (*buoyancy forces*) yang dihasilkan dari perbedaan massa jenis, sesuai dengan variasi suhu fluida. Sedangkan konveksi paksa terjadi pada saat fluida dipaksa untuk mengalir di atas permukaan oleh sumber eksternal maupun internal. Sumber eksternal bekerja pada saat fluida mengalir tanpa batasan benda padat atau dengan kata lain fluida mengalir di atas permukaan bidang. Sumber internal bekerja pada saat fluida mengalir di antara benda padat, misalnya mengalir melalui pipa [1].

Penelitian mengenai pengaruh konveksi campuran banyak diteliti pada fluida Newtonian maupun fluida non-Newtonian. Untuk fluida Newtonian, hal ini disebabkan fluida Newtonian merupakan fluida yang mempunyai hubungan linier antara besarnya tegangan geser yang diterapkan dan laju perubahan bentuk yang diakibatkan. Sedangkan pada fluida non-Newtonian, fluida ini tidak akan terus mengalir ketika terdapat gaya yang bekerja pada fluida yang disebabkan ketika terdapat

gaya yang bekerja pada fluida non-Newtonian maka viskositas fluida ini akan berubah. Sehingga pada penelitian ini menggunakan jenis fluida Newtonian yaitu fluida kental (*viscous fluid*).

Daftar Simbol

ρ	Densitas Fluida
a, b	Konstanta Positif
u	Komponen Kecepatan Pada Sumbu x
v	Komponen Kecepatan Pada Sumbu y
$u_w(x)$	Kecepatan Pada Permukaan Peregangan
$u_e(x)$	Kecepatan diluar
x, y	Koordinat Cartesian Sepanjang Permukaan
T	Suhu Fluida
T_f	Suhu Panas Fluida
T_∞	Suhu Ambient
η	Viskositas Fluida
μ	Viskositas Dinamik
ν	Viskositas Kinematik
γ	Parameter Konveksi
ε	Parameter Peregangan
Pr	Bilangan Prandtl
Re_x	Bilangan Reynolds Local
ψ	Fungsi aliran
θ	Dimensi Suhu
f	Dimensi Fungsi aliran
α	Diffusivitas panas
h_f	Koefisien Perpindahan Panas
K	Konduktivitas panas

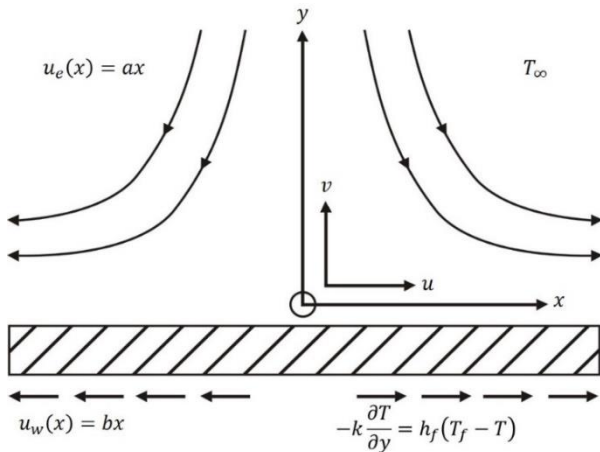
Pada penelitian ini, akan dilakukan penelitian mengenai masalah aliran fluida pada permukaan peregangan dengan kondisi batas yang konveksi di titik stagnasi. Persamaan pembangun yang berbentuk *dimensional* di bawa ke bentuk persamaan diferensial biasa (PDB) menggunakan *Stream Function*. Selanjutnya diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg kemudian dilakukan simulasi menggunakan *software* MATLAB.

II. METODOLOGI PENELITIAN

Pada metodologi penelitian ini menjelaskan tahapan penelitian yang dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan aliran fluida pada permukaan peregangan dengan kondisi batas konveksi di titik-stagnasi. Adapun tahapan penelitian yang digunakan berdasarkan rumusan masalah yang ada, penelitian ini terdiri atas tiga tahap yaitu:

A. Tahap Analisa Permasalahan

Permasalahan aliran fluida pada permukaan peregang dengan kondisi batas konveksi di titik-stagnasi diilustrasikan pada Gambar 2.1



Gambar 2.1 Model Fisik dan Sistem Koordinat

Berdasarkan Gambar 2.1, aliran fluida dari permasalahan ini bergerak dari atas ke bawah melewati sebuah pelat datar yang permukaannya meregang yang diletakkan secara vertikal dalam keadaan diam pada fluida kental (*viscous*) dengan kondisi tunak (*steady*) dan bersifat tak mampu mampat (*incompressible*). Gerakan fluida ini dipengaruhi oleh konveksi paksa. Penelitian ini mengasumsikan bahwa konstanta fluks panas dari pelat datar adalah konstan, temperatur dinding (T_f), dengan asumsi kecepatan aliran bebas dan temperatur aliran fluida sebelum melewati pelat datar masing-masing adalah (U_∞) dan (T_∞)

Berdasarkan permasalahan tersebut di atas dan untuk menjawab perumusan masalah yang ada, maka dilakukan langkah - langkah analisa permasalahan sebagai berikut :

1. Mendapatkan model matematika untuk aliran fluida pada permukaan peregang dengan kondisi batas konveksi di titik-stagnasi yaitu persamaan kontinuitas, momentum dan energi dalam bentuk persamaan berdimensi.
2. Menentukan kondisi batas dari model matematika aliran fluida pada permukaan peregang dengan kondisi batas konveksi di titik-stagnasi.

B. Tahap Implementasi

Pada tahap ini, dilakukan implementasi metode Runge-Kutta-Fehlberg yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan ini. Persamaan yang diselesaikan secara numerik oleh metode ini adalah persamaan similaritas, dimana persamaan similaritas dari model ini didapatkan dengan melakukan penyederhanaan dan transformasi persamaan pembangun berdimensi ke dalam bentuk persamaan similaritas dengan menggunakan variabel similaritas dan fungsi alir (*Stream Function*). Implementasi metode Runge-Kutta-Fehlberg dilakukan terlebih dahulu dengan mengubah ke dalam bentuk persamaan diferensial orde pertama dengan menambahkan variabel baru.

C. Tahap Analisis Akhir

Pada tahap ini, akan dilakukan berbagai tahapan sebagai berikut:

1. Simulasi numerik diselesaikan menggunakan *software* MATLAB.
2. Dilakukan variasi pada bilangan Prandtl, parameter peregang, dan parameter konveksi. Hal ini untuk mengetahui pengaruh parameter tersebut terhadap profil kecepatan dan temperatur.
3. Analisa hasil dari simulasi numerik yang dipengaruhi oleh parameter terhadap karakteristik fluida. Adapun parameter - parameter berhubungan dengan penelitian ini dapat dijabarkan sebagai berikut:

- a. Bilangan Prandtl

$$Pr = \frac{v}{\alpha}$$

- b. Parameter Peregang

$$\varepsilon = \frac{b}{a}$$

- c. Parameter Konveksi

$$\gamma = h_f \left(\frac{v}{a} \right)^{1/2} K^{-1}$$

III. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

A. Persamaan Dimensional

Diberikan persamaan pembangun untuk Aliran Fluida pada permukaan peregang dengan kondisi batas konveksi di titik-stagnasi, dengan aliran fluida bersifat aliran laminar, *incompressible*, dan *steady*:

Persamaan kontinuitas

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

Persamaan momentum

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = u_e \frac{du_e}{dx} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.2)$$

Persamaan energi

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3.3)$$

dengan kondisi batas sebagai berikut [2] dan [3]:

$$\begin{aligned} u &= u_w(x), v = 0 \\ -k \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0) &= h_f (T_f - T(x, 0)), y = 0 \\ u &= u_e(x), T \rightarrow T_\infty \text{ ketika } y \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (3.4)$$

B. Persamaan Similaritas

Persamaan Similitas dalam bentuk Persamaan Diferensial Biasa (PDB) didapatkan dengan mentransformasikan persamaan pembangun menggunakan substitusi variabel similaritas dan fungsi aliran (*stream function*). Pada permasalahan ini, digunakan variabel similaritas sebagai berikut [2]:

$$\begin{aligned} \eta &= \left(\frac{u_e}{vx} \right)^{1/2} y, \psi = (vxu_e)^{1/2} f(\eta) \\ \theta(\eta) &= \frac{T - T_\infty}{T_f - T_\infty}, \theta(\eta) = \theta, f(\eta) = f, u_e(x) = ax \end{aligned} \quad (3.5)$$

dengan ψ adalah fungsi aliran (*stream function*) yang digunakan untuk, dengan definisi:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ dan } v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.6)$$

sehingga didapat,

$$u = axf'(\eta), v = -(av)^{1/2}f(\eta) \quad (3.7)$$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan Persamaan (3.5), (3.6), dan (3.7) kedalam Persamaan pembangun (3.1), (3.2), dan (3.3) diperoleh persamaan similaritas sebagai berikut:

$$f''' + ff'' + 1 - f'^2 = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{1}{Pr}\theta'' + f\theta' = 0 \quad (3.9)$$

dimana $Pr = \frac{v}{\alpha}$ adalah bilangan Prandtl. Sehingga kondisi batas (3.5) menjadi:

$$f(0) = 0, f'(0) = \varepsilon, \theta'(0) = -\gamma[1 - \theta(0)] \\ f'(\eta) \rightarrow 1, \theta(\eta) \rightarrow 0 \text{ ketika } \eta \rightarrow \infty \quad (3.10)$$

dengan ' menunjukkan turunan terhadap η , dimana $\varepsilon = \frac{b}{a} \geq 0$ adalah parameter peregangan, $\gamma = h_f \left(\frac{v}{a}\right)^{1/2} K^{-1}$ adalah parameter konveksi untuk kondisi batas konveksi.

C. Penyelesaian Numerik

Berdasarkan bab sebelumnya sistem pada persamaan similaritas (3.8) dan (3.9) di ubah ke bentuk persamaan diferensial orde satu dengan memisalkan variabel baru, sehingga didapat:

$$f' = p \quad (3.11)$$

$$p' = q \quad (3.12)$$

$$\theta' = r \quad (3.13)$$

Selanjutnya, substitusikan Persamaan (3.11) dan (3.12) ke Persamaan (3.8), dan juga substitusikan Persamaan (3.13) ke Persamaan (3.9), sehingga didapat:

$$q' + fq + 1 - p^2 = 0 \\ q' = p^2 - fq - 1 \quad (3.14)$$

$$\frac{r'}{Pr} + fr = 0 \\ r' = -fr Pr \quad (3.15)$$

Sehingga kondisi awal menjadi:

$$f(0) = 0, \quad p(0) = \varepsilon, \quad q(0) = \alpha_1, \quad \theta(0) = \alpha_2 \\ r(0) = -\gamma[1 - \alpha_2] \quad (3.16)$$

Penyelesaian persamaan pembangun pada Penelitian ini diselesaikan dengan penyelesaian numerik. Metode numerik yang digunakan adalah Runge-Kutta-Fehlberg. Metode Runge Kutta-Fehlberg adalah satu dari metode yang banyak digunakan untuk menyelesaikan Persamaan Differensial Biasa (PDB) orde satu.

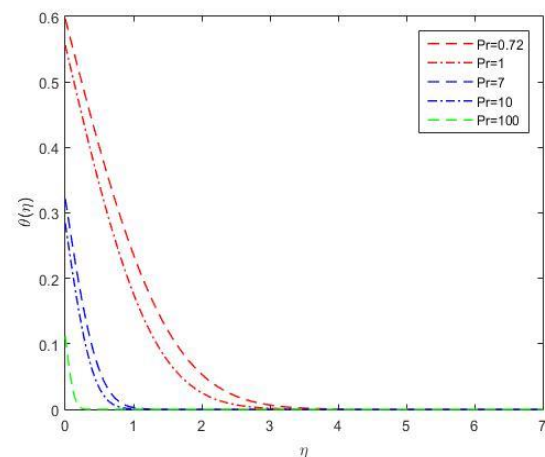
D. Analisis Hasil Simulasi

Setelah dilakukan tahapan penyelesaian numerik maka dilakukan simulasi dengan menggunakan Matlab. Pada simulasi ini dilakukan percobaan variasi dari beberapa parameter yang ada dan yang ditampilkan pada bab ini beberapa yang mewakili dari percobaan simulasi yang dilakukan. Berdasarkan simulasi yang telah dilakukan, diperoleh hubungan antara bilangan Prandtl (Pr), parameter peregangan (ε), dan parameter konveksi (γ) terhadap profil kecepatan (f) dan profil temperatur (θ). Simulasi ini menggunakan partisi η sebanyak 7 dengan $\Delta\eta = 0.02$. Uraian dari masing-masing pengaruh parameter tersebut adalah sebagai berikut:

1) Pengaruh Bilangan Prandtl (Pr)

Pada simulasi ini bertujuan untuk mengetahui pengaruh dari bilangan Prandtl (Pr) terhadap profil temperatur $\theta(\eta)$ pada fluida yang *viscous*. Pada simulasi ini digunakan variasi bilangan Prandtl yaitu $Pr = 0.72; 1; 7; 10; 100$ dengan menggunakan parameter tetap yaitu parameter konveksi (γ) dan parameter peregangan (ε) dengan nilai $\gamma = 1$ dan $\varepsilon = 1$. Pemilihan variasi bilangan Prandtl dapat dilakukan untuk nilai $0.7 \leq Pr \leq 100$ dimana $Pr = 0.7$ yang berarti gas dan $Pr = 7$ yang berarti air [4].

Sedangkan pada Gambar 4.1 dapat dilihat bahwa semakin meningkatnya bilangan Prandtl maka semakin menurun temperatur fluida yang dihasilkan. Hal ini disebabkan karena semakin meningkatnya bilangan Prandtl maka diffusivitas panas semakin kecil. Diffusivitas panas yang semakin menurun ini yang menyebabkan temperatur fluida juga menurun seiring meningkatnya bilangan Prandtl karena panas akan didifusikan dari permukaan benda lebih cepat dibandingkan dengan fluida. Sehingga didapat untuk fluida yang lebih kental atau rapat jenisnya semakin besar maka temperatur pada fluida tersebut semakin besar seperti fluida dengan kekentalan seperti minyak memiliki temperatur lebih besar dari fluida dengan kekentalan seperti cairan organik, kemudian fluida dengan kekentalan seperti air dan gas.



Gambar 4.1 Profil Temperatur Variasi Bilangan Prandtl

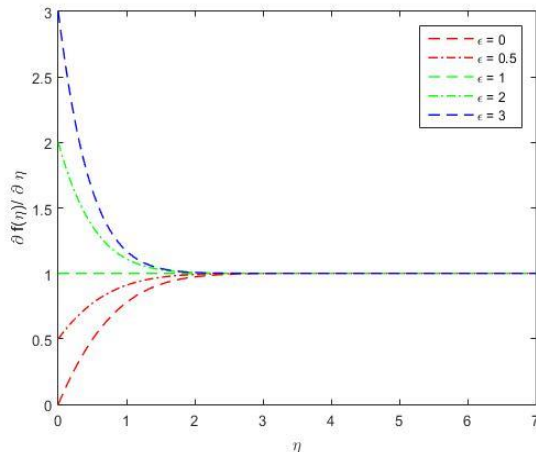
2) Pengaruh Parameter Peregangan (ε)

Pada simulasi ini bertujuan untuk mengetahui pengaruh dari parameter peregangan (ε) terhadap profil kecepatan $f'(\eta)$ dan profil temperatur $\theta(\eta)$ pada fluida *viscous* yang dapat dilihat pada Gambar 4.2 dan Gambar 4.3. Pada simulasi ini digunakan variasi parameter Peregangan $\varepsilon = 0; 0.5; 1; 2; 3$. Pemilihan variasi parameter peregangan dapat dilakukan untuk nilai $\varepsilon = \frac{b}{a} \geq 0$ karena a, b adalah konstanta positif pada komponen kecepatan sumbu x .

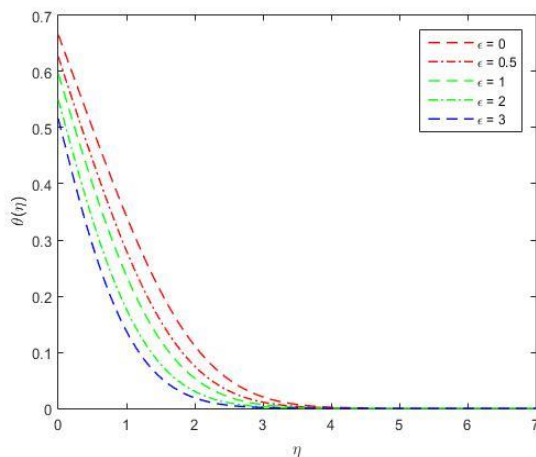
Pada Gambar 4.2 menunjukkan grafik pengaruh parameter peregangan terhadap profil kecepatan. Pada grafik terlihat bahwa $f'(0) = \varepsilon$ dan $f'(\eta) \rightarrow 1$ ketika $\eta \rightarrow \infty$. Ketika kecepatan pada permukaan plat lebih besar daripada kecepatan dari luar maka semakin menurun

profil kecepatan yang dihasilkan, sedangkan ketika kecepatan pada permukaan plat lebih kecil daripada kecepatan dari luar semakin meningkat profil kecepatan yang dihasilkan.

Untuk grafik pengaruh parameter peregang terhadap profil temperatur dapat dilihat pada Gambar 4.3 bahwa semakin meningkatnya parameter peregang maka semakin menurun temperatur fluida yang dihasilkan. Hal ini sama seperti grafik pada Gambar 4.1



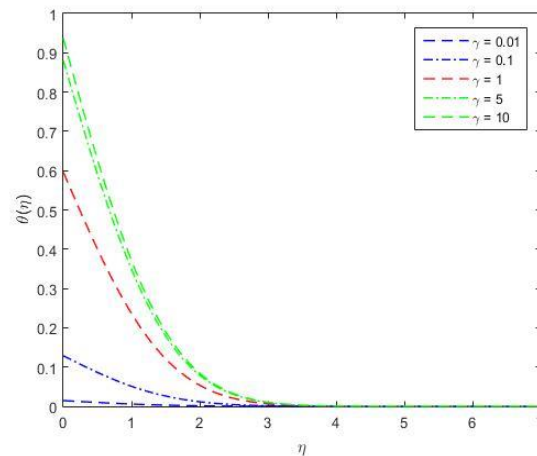
Gambar 4.2 Profil Kecepatan Variasi Parameter Peregang



Gambar 4.3 Profil Temperatur Variasi Parameter Peregang

3) Pengaruh Parameter Konveksi (γ)

Pada simulasi ini bertujuan untuk mengetahui pengaruh dari parameter konveksi (γ) terhadap profil temperatur $\theta(\eta)$ pada fluida *viscous* yang dapat dilihat pada Gambar 4.4. Pada simulasi ini digunakan variasi parameter Peregang $\gamma = 0.01; 0.1; 1; 5; 10$ dengan menggunakan parameter tetap yaitu parameter peregang (ϵ) dan bilangan Prandtl (Pr) dengan nilai $\epsilon = 1$ dan $Pr = 100$ karena fluida bersifat *viscous* yang memiliki kekentalan seperti minyak [4]. Pada Gambar 4.4 bahwa semakin meningkatnya parameter konveksi maka semakin meningkat juga temperatur fluida yang dihasilkan. Hal ini berbeda dengan hasil yang diberikan pada Gambar 4.1 dan Gambar 4.3 Variasi Bilangan Prandtl dan Variasi Parameter Peregang.



Gambar 4.4 Profil Temperatur Variasi Parameter Konveksi

IV. KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang dilakukan di bab - bab sebelumnya, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Model matematika aliran fluida pada permukaan peregang dengan kondisi batas konveksi di titik-stagnasi dibangun oleh tiga persamaan pembangun yaitu persamaan kontinuitas, persamaan momentum dan persamaan energi. Pendekatan Boussinesq diterapkan pada persamaan pembangun, kemudian dilakukan transformasi ke dalam bentuk persamaan similaritas untuk mendapatkan model akhir aliran fluida pada permukaan peregang dengan kondisi batas konveksi di titik-stagnasi dalam bentuk persamaan diferensial biasa (PDB) dengan Persamaan:

$$f''' + ff'' + 1 - f'^2 = 0$$

$$\frac{1}{Pr}\theta'' + f\theta' = 0$$

2. Pengaruh dari bilangan Prandtl (Pr), parameter peregang (ϵ), dan parameter konveksi (γ) terhadap profil temperatur (θ), berdasarkan grafik yang didapatkan maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

- (a) Pengaruh bilangan Prandtl terhadap profil temperatur adalah semakin meningkatnya bilangan Prandtl mengakibatkan semakin menurun temperatur fluida yang dihasilkan. Hal ini disebabkan karena semakin meningkatnya bilangan Prandtl maka difusitas panas semakin menurun. Difusitas panas yang semakin menurun ini yang menyebabkan temperatur fluida juga menurun seiring meningkatnya bilangan Prandtl karena panas akan didifusikan dari permukaan benda lebih cepat dibandingkan dengan fluida. Sehingga didapat untuk fluida yang lebih kental atau rapat jenisnya semakin besar maka temperatur pada fluida tersebut semakin besar seperti fluida dengan kekentalan seperti minyak

memiliki temperatur lebih besar dari fluida dengan kekentalan seperti cairan organik, kemudian fluida dengan kekentalan seperti air dan gas.

- (b) Pengaruh parameter peregangan terhadap profil kecepatan dibagi dua yaitu ketika kecepatan pada permukaan plat lebih besar daripada kecepatan dari luar maka semakin menurun profil kecepatan yang dihasilkan, sedangkan ketika kecepatan pada permukaan plat lebih kecil daripada kecepatan dari luar semakin meningkat profil kecepatan yang dihasilkan. Sedangkan pengaruh parameter peregangan terhadap profil temperatur adalah semakin meningkatnya parameter peregangan mengakibatkan semakin menurun temperatur fluida yang dihasilkan.
- (c) Pengaruh parameter konveksi terhadap profil temperatur adalah semakin meningkatnya parameter konveksi maka semakin meningkat juga temperatur fluida yang dihasilkan. Hal ini berbeda dengan hasil yang diberikan dari Pengaruh bilangan Prandtl, dan parameter peregangan.

B. Saran

Berdasarkan kesimpulan dan penyelesaian permasalahan Penelitian ini, saran diberikan untuk pengembangan selanjutnya yaitu mengasumsikan aliran fluida bersifat *unsteady* dan dapat digunakan *flux* panas tidak konstan sehingga ada perpindahan panas dari fluida ke benda.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Kasim, A.R.M. (2014). Convective Boundary Layer Flow of Viscoelastic Fluid.
- [2] Salleh, M.Z., Nazar, R., dan Pop, I. (2010). Boundary layer flow and heat transfer over a stretching sheet with Newtonian heating.
- [3] Aziz, A. (2008). A similarity solution for laminar thermal boundary layer over a flat plate with a convective surface boundary condition.
- [4] Richardson, J. F. (1999). *Chemical Engineering Volume 1 (6th ed.)*
- [5] Imron, C. (2013). Numerical Simulation of Fluid Flow Around Circular and I-Shape Cylinder in a Tandem Configuration
- [6] Munson, B.R., Young, D.F., dan Okiishi, T.H. (2002). Fourth Edition Fundamentals of Fluid Mechanics.
- [7] Potter, M.C., Wigget, D.C., dan Ramadan, B.H. (2012). Mechanics of Fluids Fourth Edition.
- [8] Potter, M.C., Wigget, D.C., dan Ramadan, B.H. (2008). *Schaum's Outline Mekanika Fluida*, Erlangga, Jakarta.